
Protocole de récupération des pertes : *Description technique*

Préparé pour
Encorp Atlantic/Atlantique

Préparé par
Jacques Allard, Ph.D.
jacques.allard@gmail.com
Analyse Statistique Atlantique Inc.
12 mai 2023

Contexte et objectifs

En 2009, *Encorp Atlantic Inc.* a estimé qu'à l'échelle du système, les centres de remboursement (CR) gonflaient en moyenne leurs comptes de récipients d'environ 5 %, ce qui représentait une perte importante pour le gouvernement. Pour contrer cette situation, *Encorp Atlantic Inc.* a élaboré et mis en œuvre un programme de contrôle de la qualité (CQ) ayant deux objectifs : d'une part, réduire ou éliminer la perte à l'échelle du système et d'autre part, réduire les erreurs de comptage chez les CR. Après la mise en œuvre du programme, les pertes ont rapidement diminué, permettant à Encorp d'atteindre le premier objectif de son programme : pour les 12 mois se terminant le 31 juillet 2022, par exemple, l'erreur de comptage des récipients à l'échelle du système se situait à moins de $\pm 0,1$ %. Le deuxième objectif du programme a été atteint en partie : le nombre d'erreurs de comptage chez de nombreux CR a diminué.

À compter du 1^{er} avril 2023, le successeur d'*Encorp Atlantic Inc.*, un nouvel organisme de responsabilité des producteurs à but non lucratif au nom d'*Encorp Atlantic/Atlantique*, aura comme responsabilité supplémentaire la collecte des récipients de boissons alcoolisées. Cet ajout devrait se traduire par une augmentation d'environ 75 % du nombre total de récipients traités et un mélange de produits sensiblement différents, augmentant ainsi la proportion de canettes en aluminium et de récipients en verre.

Ces changements importants exigent une révision du protocole de contrôle de la qualité. C'est de cette révision que traite le présent document.

Erreurs et corrections

Le terme « **erreur** » désigne la différence signée [valeur déclarée] – [vraie valeur]. L'erreur est positive si la valeur déclarée est supérieure à la vraie valeur (déclaration en trop); elle est négative si la valeur déclarée est inférieure à la vraie valeur (déclaration en moins). L'expression « **erreur relative** » désigne le quotient de l'erreur sur la « **vraie valeur** » et est souvent exprimé en pourcentage.

Le terme « **correction** » fait référence au changement qui devrait être appliqué à la valeur déclarée pour la rendre égale à la vraie valeur. L'expression « **correction relative** » désigne le quotient de l'erreur sur la valeur déclarée, souvent exprimé en pourcentage.

Le rapport mathématique entre les valeurs relatives est présenté ci-dessous, où la correction relative et l'erreur relative sont exprimées en fractions.

$$C_{\text{relative à la valeur enregistrée}} = - \frac{E_{\text{relative à la vraie valeur}}}{1 + E_{\text{relative à la vraie valeur}}}$$

Nous appliquons les termes « erreur » et « correction » aux comptes de sacs individuels et aux moyennes ou totaux sur la durée, les produits, les catégories de produits (voir ci-dessous), pour un seul CR, un groupe de CR ou tous les CR pris ensemble.

Exemple numérique

Supposons que la valeur déclarée est de 1 000 et que la vraie valeur est de 800.

L'erreur est donc $1\,000 - 800 = +200$ et l'erreur **relative à la vraie valeur** est de $200/800 = +0,25 = +25$ %.

La correction est de $800 - 1\ 000 = -200$ et la correction *relative à la valeur déclarée* est de $-200/1\ 000 = -0,20 = -20\ %$.

En appliquant ces chiffres à l'équation présentée ci-dessus, on obtient :

$$C_{\text{valeur enregistrée}} = -\frac{E_{\text{vraie valeur}}}{1 + E_{\text{vraie valeur}}} = -\frac{+0,25}{1 + 0,25} = -0,20$$

La différence entre les deux pourcentages est due aux deux dénominateurs : selon les définitions, le premier pourcentage est relatif à la vraie valeur et le second pourcentage est relatif à la valeur déclarée.

Définitions

Sacs, bacs, tris, catégories de tris

Nous utilisons le mot « **sac** » pour désigner les sacs ou les bacs. Les bacs sont utilisés pour les récipients en verre.

Encorp se sert du mot « **tri** » pour décrire un produit ou un groupe de produits. Les canettes en aluminium, les récipients transparents en PET pour boissons non alcoolisées, etc. sont quelques exemples de tris. La définition des tris peut changer au fil du temps en raison de plusieurs facteurs, dont l'évolution de la technologie du recyclage et les exigences comptables.

Une *catégorie de tris* ou tout simplement, une *catégorie*, est un ensemble de tris. Une catégorie peut ne contenir qu'un seul tri. Les récipients d'une catégorie sont généralement mélangés à certaines étapes du processus de récupération. Plusieurs définitions de catégories peuvent être nécessaires à diverses fins. Par exemple, les récipients en aluminium de boissons alcoolisées et de boissons non alcoolisées peuvent constituer une seule catégorie du point de vue du contrôle de la qualité, mais des catégories différentes du point de vue de la comptabilité.

La « valeur déclarée » est le nombre de récipients indiqué sur une étiquette apposée à chaque sac.

Erreurs, biais, variabilité, exactitude

Les *erreurs* de mesure sont généralement réparties selon deux facteurs :

- Le *biais* est la moyenne des erreurs. Si le biais est de 0, le compte moyen déclaré et le compte total correspondront aux vraies valeurs. Nous utilisons le terme « justesse » pour désigner le contraire du biais.
- La *variabilité* est la variation des erreurs par rapport à leur moyenne. Des erreurs très variables – même si le biais est faible – indiquent que le CR ne compte pas soigneusement les récipients mis dans les sacs. Une variabilité élevée rend le CQ difficile et coûteux. Nous utilisons le mot « précision » (ISO : « fidélité ») pour exprimer le contraire de variabilité.

Le biais et la variabilité sont des concepts distincts. Par exemple, les comptes d'un CR qui compte parfaitement ses récipients, mais qui mélange les étiquettes sur les sacs, auraient un biais de 0, mais une variabilité élevée.

Nous utilisons le terme « *exactitude* » pour décrire la combinaison de justesse et de précision.

Dans le présent document, le biais est défini mathématiquement comme la moyenne arithmétique des erreurs et la variabilité comme l'écart-type des erreurs.

Qualité de l'estimation statistique

Nous décrivons la qualité des estimations en utilisant la demi-longueur de l'intervalle de confiance de 95 %, c'est-à-dire $\pm 2 \times [\text{erreur type}]$ pour les grands échantillons. Les estimations obtenues se situeront à l'intérieur de \pm [la demi-longueur de l'intervalle de confiance de 95 %] de la valeur estimée 19 fois sur 20.

La qualité des estimations dépend de la variabilité des erreurs dans les comptes des CR. Nous présentons la qualité des estimations pour des CR dont la variabilité historique se situe à la médiane (« CR typiques ») et au 75^e percentile (« CR présentant des erreurs plus variables ») de l'écart-type des erreurs des CR.

Arrondissement

Les valeurs présentées dans ce document ont été arrondies. Par conséquent, de légers écarts peuvent être constatés dans les sommes, etc.

Données historiques

Les données historiques et les volumes prévus d'*Encorp Atlantic Inc.* ont été utilisés pour optimiser le protocole d'échantillonnage. Compte tenu des modifications apportées aux tris et au contrôle de la qualité, l'accent a été mis sur les données recueillies entre août 2021 et juillet 2022.

Pour les besoins de cette analyse, les récipients ont été classés selon quatre catégories de tris : aluminium, PET, verre et autres. Les volumes projetés de sacs et de bacs de boissons alcoolisées, par catégorie de tris et par capacité de contrôle de la qualité, ont été fournis par *Encorp Atlantic Inc.*

Capacité de contrôle de la qualité et autres contraintes

Le tableau 1 présente le nombre prévu de bacs et de sacs qui seront reçus, par tri, pendant l'exercice financier 2023-2024 (à compter du 1^{er} avril 2023).

Tableau 1 - Volumes de récipients et de sacs prévus pour l'exercice financier 2023-2024.

Tri	Nombre de récipients prévu	Nombre moyen de récipients par sac ou par bac	Nombre de sacs prévu
Aluminium	193 000 000	1 900	103 000
PET	110 000 000	1 000	115 000
Verre	18 000 000	700	25 000
Autres	12 000 000	1 200	10 000
Total	333 000 000		253 000

Les récipients en matériaux autres que le verre et les récipients en verre seront recueillis par les entrepreneurs A et B respectivement. Les entrepreneurs seront responsables du contrôle de la qualité des sacs qu'ils ramassent.

La capacité de contrôle de la qualité prévue se situe entre 4 % et 6 % des sacs. En se servant de la valeur moyenne de 5 %, le nombre de sacs à vérifier, par tri, pour l'exercice financier 2023-2024, est présenté au tableau 2.

Les contraintes suivantes sont imposées :

- La proportion de sacs à vérifier par chacun des entrepreneurs devrait être semblable.
- Les bacs de récipients en verre vérifiés serviront aussi à estimer le poids moyen de ces récipients. Le nombre minimum annuel de bacs de récipients en verre nécessaire pour obtenir l'exactitude voulue de ce poids moyen a été estimé à 500.

Le réseau de CR du Nouveau-Brunswick comprend environ 70 emplacements. On s'attend à ce que le nombre de bacs et de sacs expédiés par chacun des centres varie, et que ce chiffre se situera entre 100 000 et plus de 15 000 000.

Tableau 2 – Nombre prévu de sacs vérifiés lors de l'exercice 2023-2024 fondé sur le ratio de 5 %, avec le nombre correspondant de récipients.

Tri	Nombre prévu de sacs vérifiés	Nombre prévu de récipients vérifiés
Aluminium	5 150	9 600 000
PET	5 750	5 500 000
Verre	1 250	900 000
Autres	500	600 000
Total	12 650	16 600 000

Protocole

Le programme d'échantillonnage de CQ comprendra deux sous-programmes :

- CQ de monitoring : Les objectifs du sous-programme de CQ de monitoring sont la mesure de la conformité globale et l'identification des CR conformes et non conformes. Lorsqu'un CR est soumis à un CQ de monitoring, un échantillon aléatoire (ou systématique) de 50 sacs par période de 6 mois est vérifié. La taille de l'échantillon a été choisie de manière à obtenir une exactitude attendue de $\pm 1,7\%$ ou supérieure pour un CR typique.
- CQ accéléré : L'objectif principal du sous-programme de CQ accéléré est de mesurer l'erreur dans les comptes de CR sélectionnés et d'évaluer les ajustements de paiement. Lorsqu'un CR est soumis à un CQ accéléré, un échantillon aléatoire (ou systématique) de 225 sacs par période de 6 mois est vérifié. La taille de l'échantillon a été choisie de manière à obtenir une exactitude attendue de $\pm 0,8\%$ ou supérieure pour un CR typique.

Le tableau 3 montre l'activité de CQ prévue pour chacun des niveaux d'intensité en se fondant sur les 70 CR exploités.

Tableau 3 – Activité de CQ prévue par niveau d’intensité.

	CQ de monitoring	CQ accéléré	Total
Nombre de CR par type de suivi à un moment en particulier	55	15	
Nombre annuel de suivis de CQ par période ordinaire de 6 mois	110	30	
Nombre de sacs par période de 6 mois	50	225	
Nombre total de sacs vérifiés par mois	458	563	1 021
Nombre total de sacs vérifiés par année	5 500	6 750	12 250

CQ de monitoring

Les principaux objectifs du programme de CQ de monitoring sont de mesurer la conformité globale et d’identifier les CR *possiblement* non conformes.

Pour chaque CR du programme de CQ de monitoring, un échantillon aléatoire ou systématique de 50 sacs sera vérifié pour chaque période de 6 mois, soit environ 8,3 sacs par mois. L’échantillonnage sera stratifié par catégorie de tris; les 50 sacs seront répartis de manière à minimiser l’erreur-type de l’estimation, tout en respectant les contraintes décrites ci-dessus. La répartition de l’échantillon sera la suivante :

Tableau 4 – Échantillon aléatoire de CQ de monitoring (voir le tableau 5 pour un échantillon de CR à faible volume).

Aluminium	PET	Verre	Autres	Total
20 sacs	20 sacs	5 sacs	5 sacs	50 sacs

La précision attendue du CQ de monitoring pour 50 sacs sur une période de 6 mois (ou sur toute période continue) est de $\pm 1,7\%$ et de $\pm 2,5\%$ respectivement, pour les CR typiques et pour les CR présentant des erreurs plus variables. La précision pour 100 sacs sur n’importe quelle période continue est de $\pm 1,2\%$ et de $\pm 1,8\%$ respectivement, pour les CR typiques et les CR présentant des erreurs plus variables.

Les résultats de l’échantillonnage du CQ de monitoring peuvent être compilés de façon continue et/ou après des périodes de temps établies.

Note 1 : Le taux d’échantillonnage par défaut de 8,3 sacs par mois et la période de 6 mois peuvent être modifiés pour répondre à des circonstances particulières. Par exemple, s’il y a des changements rapides sur le marché des boissons dans une région spécifique, il se peut qu’une augmentation momentanée de l’intensité de la surveillance des CR dans cette région soit souhaitable.

Note 2 : Pour les CR à faible volume, une taille d’échantillon inférieure ou une prolongation de la période d’évaluation peuvent être choisis pour des raisons pratiques et pour répondre à des considérations coût/bénéfice. Si la période d’évaluation est maintenue à 6 mois, la répartition suivante de l’échantillon est suggérée pour les CR qui livrent moins de 500 sacs et bacs par an.

Tableau 5 – Exemple de la répartition de l'échantillon de CQ de monitoring pour les CR qui livrent *moins de 500 sacs et bacs* par année.

Aluminium	PET	Verre	Autres	Total
10 sacs	10 sacs	3 sacs	2 sacs	25 sacs

CQ accéléré

Les objectifs principaux du programme de CQ accéléré sont d'évaluer les erreurs dans les comptes des CR sélectionnés et d'estimer les corrections aux paiements avec une exactitude suffisante.

Pour chaque CR participant au programme de CQ accéléré, un échantillon aléatoire ou systématique de 225 sacs sera vérifié au cours de chaque période de 6 mois, soit environ 37,5 sacs par mois.

L'échantillonnage sera stratifié par catégorie de tris; les 225 sacs seront répartis de manière à minimiser l'erreur-type de l'estimation, tout en respectant les contraintes décrites plus haut. La répartition de l'échantillon se fera de la manière suivante :

Tableau 6 – Exemple d'échantillon utilisé pour le CQ accéléré (voir ci-dessous pour les CR à très faible volume).

Aluminium	PET	Verre	Autres	Total
100 sacs	95 sacs	20 sacs	10 sacs	225 sacs

L'exactitude attendue du CQ accéléré pour 225 sacs sur une période de 6 mois (ou sur toute période continue) est de $\pm 0,8\%$ et de $\pm 1,2\%$ respectivement, pour les CR typiques et pour les CR présentant des erreurs plus variables. L'exactitude pour 100 sacs sur n'importe quelle période continue est de $\pm 0,6\%$ et de $\pm 0,8\%$ respectivement, pour les CR typiques et les CR présentant des erreurs plus variables.

Note 1 : Le taux d'échantillonnage par défaut de 37,5 sacs par mois et la période de 6 mois peuvent être modifiés pour tenir compte de conditions particulières.

Note 2 : Pour les CR à faible volume, un taux d'échantillonnage plus faible ou une période d'évaluation plus longue peuvent être choisis pour des raisons pratiques. Si la période d'évaluation est maintenue à 6 mois, la répartition suivante de l'échantillon est suggérée pour les CR livrant moins de 1 000 sacs et bacs par an.

Tableau 7 – Exemple d'affectation utilisée pour le CQ accéléré pour les CR livrant *moins de 1 000 sacs et bacs* par an.

Aluminium	PET	Verre	Autres	Total
50 sacs	50 sacs	15 sacs	5 sacs	125 sacs

Affectation des ressources pour le CQ

Le tableau 8 présente l'affectation de la capacité de CQ par catégorie de tris et sous-programme de CQ. On prévoit que la proportion de sacs ou de bacs vérifiés sera de 4,9 % pour les récipients qui ne sont pas en verre (entrepreneur A) et de 4,6 % pour les récipients en verre (entrepreneur B).

Tableau 8 – Affectation de la capacité de CQ par catégorie de tris et par sous-programme de CQ.

Catégorie de produit	CQ de monitoring		CQ accéléré		Total par année (sacs)	Proportion de sacs reçus (%)
	Un seul suivi (sacs)	Total partiel par année (sacs)	Un seul suivi (sacs)	Total partiel par année (sacs)		
Aluminium	20	2 200	100	3 000	5 200	5,0 %
PET	20	2 200	95	2 850	5 050	4,4 %
Verre	5	550	20	600	1 150	4,6 %
Autres	5	550	10	300	850	8,5 %
Total	50	5 500	225	6 750	12 250	4,8 %
Non en verre	45	4 950	205	6 150	11 100	4,9 %

Stratification

Dans le domaine de l'échantillonnage, la stratification signifie la répartition de la population statistique en sous-populations appelées strates. La stratification peut être nécessaire pour des raisons comptables (par exemple, récipients qui ont des valeurs de rachat différentes ou qui sont soumis à un processus de récupération différent).

Pour les ressources de contrôle de la qualité fixes, la stratification augmente l'exactitude des estimations si les strates sont plus homogènes que l'ensemble de la population statistique (par exemple, si les erreurs dans les comptes de récipients en aluminium sont, en moyenne, plus ou moins élevées que les erreurs dans les comptes de récipients en PET).

Dans certains cas, la stratification est nécessaire pour obtenir des estimations correctes. Par exemple, l'utilisation d'une simple erreur moyenne annuelle peut conduire à des estimations incorrectes si les erreurs relevées en hiver et en été sont très différentes.

Si l'échantillonnage est stratifié, les équations mathématiques doivent être adaptées en conséquence.

Procédure d'échantillonnage

Dans le cadre du présent protocole de contrôle de la qualité, les tris de récipients traités de façon différente doivent être placés dans des catégories de tris différentes, à l'exception des tris dont le nombre est très faible. La procédure d'échantillonnage doit être appliquée séparément pour chaque catégorie de tris.

La sélection des sacs **DOIT** être faite selon l'une des deux procédures suivantes.

Sélection aléatoire : À l'aide d'un générateur de nombres pseudo-aléatoire, une séquence de nombres (par exemple, 15, 29, 39, 71, 86, 294, 328...) est créée pour obtenir le taux d'échantillonnage requis. Ces nombres correspondent à l'ordre d'arrivée des sacs à vérifier (par exemple, les 15^e, 29^e, 39^e, 71^e, 86^e, 294^e, 328^e... sacs, selon leur ordre d'arrivée, seront vérifiés).

Sélection systématique : Une fois le taux d'échantillonnage établi et exprimé sous la forme d'une fraction 1/A (par exemple, 1/40), un nombre i_0 est choisi au hasard entre 1 et le dénominateur A (par exemple, $i_0 = 28$). Ensuite, dans l'ordre séquentiel d'arrivée, le i_0 ^e sac est sélectionné pour le CQ et chaque sac A^e suivant (par exemple, les 28^e, 68^e, 108^e... sacs) est sélectionné. L'échantillonnage systématique est plus facile à mettre en œuvre.

« **Représentativité** » : Les sacs sélectionnés doivent être **EN TOUS POINTS SEMBLABLES** aux sacs non sélectionnés. Cela signifie, entre autres, qu'**AUCUN** facteur autre que ceux du processus décrit ci-dessus n'intervient dans la sélection et que les sacs sélectionnés **NE DOIVENT PAS** faire l'objet d'une intervention particulière après le processus de sélection.

Collecte de données : Le compte déclaré par le CR et le compte des récipients selon leur tri obtenu au CQ sont enregistrés pour chaque sac sélectionné. D'autres renseignements, tels que le nom du CR, la date de collecte, la date du contrôle de qualité, etc., sont aussi enregistrés.

Poids des sacs : On recommande que le poids des sacs soit enregistré de façon systématique. Le lien entre le poids et le nombre de récipients dans les sacs peut améliorer le processus de suivi. Le poids des bacs pour récipients en verre sera nécessaire pour l'estimation du poids moyen des récipients en verre.

Transition entre le CQ de monitoring et le CQ accéléré

Il est essentiel que les CR ne connaissent pas leur statut de CQ. On recommande que les fournisseurs de services et leur personnel soient tenus, par obligation contractuelle, de protéger la confidentialité des activités liées au CQ.

La décision de faire passer un CR d'un programme de QC de monitoring à un programme de QC accéléré peut être prise en se fondant sur plusieurs facteurs dont, sans s'y limiter, les résultats du programme de CQ de monitoring.

On recommande qu'on fasse passer, de façon aléatoire, un ou plusieurs CR au programme QC accéléré.

Prix d'exactitude

Nous utilisons les termes suivants :

- La « justesse » signifie la proximité de la moyenne des comptes de récipients par rapport à la vraie moyenne des comptes de récipients. Le compte d'un CR sera juste si la moyenne de ses erreurs de calcul est proche de 0. Le contraire de la justesse est le biais.
- La « précision » signifie le degré de similitude des erreurs. Les comptes d'un CR seront précis si les erreurs au niveau des sacs sont toutes rapprochées, soit, par exemple, entre -10 % et -7 %. Les comptes d'un CR seront imprécis si les erreurs varient beaucoup, soit, par exemple, entre -50 % et +100 %. Le contraire de la précision est la variabilité.

Le biais dans les comptes de récipients conduit à des remboursements en trop ou en moins. Les comptes imprécis signifient que le CR ne compte pas bien les récipients dans chaque sac, ce qui rend le contrôle de la qualité difficile et coûteux.

Un prix d'exactitude sera décerné aux CR dont les comptes, pour toutes catégories confondues et **au cours d'une période de 12 mois**, respectent les deux conditions suivantes :

Condition A – Justesse : Le taux d'erreur moyen estimé se situe **entre -1 % et +1 %**.

Condition B – Précision : L'écart-type relatif estimé des erreurs est de **moins de 5 %**.

Le calcul du taux d'erreur moyen estimé et de l'écart-type relatif estimé des erreurs est décrit dans la section « Équations mathématiques ». Nous recommandons que le calcul soit stratifié en fonction des catégories de récipients et, si possible, des trimestres.

La définition de la « variabilité des erreurs » est fondée sur la définition du coefficient de variation.

La période de temps et les deux seuils peuvent être ajustés pour répondre à la composition du marché, aux changements technologiques, à l'intensité générale du CQ ainsi qu'à d'autres facteurs.

Équations mathématiques

Définitions

Nous utilisons les symboles suivants.

Définitions et conventions :

- \bar{A} désigne la moyenne des éléments de A .
- \hat{B} désigne une estimation d'une quantité B .
- Nous utilisons les lettres minuscules pour les indices et la lettre majuscule correspondante pour l'ensemble des indices.

Les définitions suivantes se rapportent aux données obtenues d'un seul CR.

h = catégorie de tris, $h \in H$.

p = période de temps (p. ex., un mois dans une année, un trimestre), $p \in P$.

N_{hp} = nombre de sacs d'une catégorie h livrés au cours d'une période p .

n_{hp} = nombre de sacs d'une catégorie h vérifiés par le CR pendant la période p .

j = nombre de sacs, $j \in J$ tous les sacs, $j \in CQ$ les sacs vérifiés.

r_{hpj} = compte de réipients déclaré par le CR pour le sac j d'une catégorie h , pendant une période p .

q_{hpj} = compte de réipients obtenu par le CQ pour le sac j d'une catégorie h , pendant une période p .

$e_{hpj} = r_{hpj} - q_{hpj}$. = Erreur du compte pour le sac.

$R_{hp} = \sum_{j \in J} r_{hpj}$ = Nombre total de réipients **déclarés** pour tous les sacs de la catégorie h au cours de la période p . S'il s'agit d'une seule période, le p est omis.

T_{hp} = Vrai nombre total de réipients **livrés** pour tous les sacs de la catégorie h déclarés au cours de la période p . S'il s'agit d'une seule période, le p est omis.

\hat{T}_{hp} = Estimation du vrai nombre total de réipients **livrés** pour tous les sacs de la catégorie h déclarés au cours de la période p . S'il s'agit d'une seule période, le p est omis.

Calculs pour une seule catégorie et une seule période

Les équations suivantes s'appliquent aux réipients d'une seule catégorie h au cours d'une seule période p .

Nombre moyen de réipients dans les sacs vérifiés.

$$\bar{q}_{hp} = \frac{1}{n_{hp}} \sum_{j \in CQ} q_{hpj}$$

Erreur moyenne des sacs vérifiés (résultat positif pour un compte trop élevé, négatif pour un compte trop bas) :

$$\bar{e}_{hp} = \frac{1}{n_{hp}} \sum_{j \in QC} e_{hpj}$$

Erreur totale estimée (résultat positif pour un compte trop élevé, négatif pour un compte trop bas) :

$$\widehat{E}_{hp} = N_{hp} \bar{e}_{hp}$$

Corrections totales estimées (résultat négatif pour un compte trop élevé, positif pour un compte trop bas) :

$$\widehat{C}_{hp} = -\widehat{E}_{hp} = -N_{hp} \bar{e}_{hp}$$

Vrai nombre total estimé de récipients livrés :

$$\widehat{T}_{hp} = R_{hp} - \widehat{E}_{hp} = R_{hp} + \widehat{C}_{hp}$$

Erreur totale relative pour le nombre total de récipients :

$$\widehat{E.rel}_{hp} = \widehat{E}_{hp} / \widehat{T}_{hp}$$

Écart-type estimé des erreurs :

$$\widehat{s}_{hp} = \sqrt{\frac{1}{n_{hp} - 1} \sum_{j \in J} (e_{hpj} - \bar{e}_{hp})^2}$$

Écart-type *relatif* estimé des erreurs :

$$s.rel_{hp} = \widehat{s}_{hp} / \bar{e}_{hp}$$

Erreur-type estimée de l'estimation de l'erreur moyenne, de la correction moyenne et du vrai nombre total de récipients livrés :

$$SE(\widehat{E}_{hp}) = SE(\widehat{C}_{hp}) = SE(\widehat{T}_{hp}) = N_{hp} \sqrt{\left(1 - \frac{n_{hp}}{N_{hp}}\right) \frac{s_{hp}^2}{n_{hp}}}$$

Erreur-type relative estimée de l'estimation du vrai nombre total de récipients livrés :

$$SE(\widehat{T}_{hp}) / \widehat{T}_{hp}$$

Agrégation des résultats sur des catégories de récipients et/ou des périodes

Nous présentons les formules permettant d'agrèger les résultats pour l'ensemble des catégories de récipients. Pour l'agrégation par périodes, les rôles de la catégorie (« h ») et de la période (« p ») sont inversés. Pour l'agrégation sur les catégories et les périodes, les sommations sont effectuées sur toutes les valeurs de h et de p.

Les équations suivantes s'appliquent à une seule période de temps p.

Erreur totale estimée (résultat positif pour un compte trop élevé, négatif pour un compte trop bas) :

$$\widehat{E}_p = \sum_h \widehat{E}_{hp}$$

Correction totale estimée (résultat négatif pour un compte trop élevé, positif pour un compte trop bas) :

$$\widehat{C}_p = -\widehat{E}_p$$

Nombre total vrai estimé de récipients livrés :

$$\widehat{T}_p = \sum_h \widehat{T}_{hp}$$

Erreur relative estimée du nombre total de récipients livrés :

$$\widehat{E.rel}_p = \widehat{E}_p / \widehat{T}_p$$

Erreur-type estimée de l'estimation de l'erreur moyenne et de la correction moyenne :

$$SE(\widehat{E}_p) = \sqrt{\sum_h SE(\widehat{E}_{hp})^2}$$

Prix d'exactitude

Erreur moyenne relative estimée :

$$\widehat{E} = \left(\sum_{h,p} \widehat{E}_{hp} \right) / \left(\sum_{h,p} \widehat{T}_{hp} \right)$$

Variabilité relative estimée des erreurs :

$$\widehat{s} = \sqrt{\left(\sum_{h,p} N_{hp} \widehat{s}_{hp}^2 \right) / \left(\sum_{h,p} N_{hp} \right) / \left(\sum_{h,p} \widehat{T}_{hp} \right)}$$

Note : Il s'agit d'une moyenne pondérée des écarts-types appliquée uniquement pour le prix d'exactitude. La variabilité estimée des erreurs **ne doit pas** être utilisée pour calculer l'erreur-type de de l'estimation de l'erreur totale.

Interpolation

Lorsqu'il n'y a pas de données de CQ disponibles pour une certaine catégorie de tris pendant une certaine période de temps, on utilisera l'interpolation linéaire. Pour les périodes avant ou après la fin de la période de disponibilité des données, les premières ou les dernières données seront répétées, selon le cas.

Bases théoriques

Nous nous intéressons à l'estimation du vrai total d'une population, puisqu'elle correspond directement aux exigences comptables.

Pour une seule classe de tri et une seule période, l'estimation de l'erreur moyenne est l'estimation habituelle d'une moyenne pour un échantillonnage aléatoire simple. L'estimation du vrai nombre total de récipients est un estimateur de « différence ». Ce choix reflète le fait que, selon les données

historiques, la dépendance des erreurs par rapport aux valeurs est faible et que cette dépendance n'est pas uniforme d'une catégorie de tris à l'autre.

Pour plusieurs catégories de tris et/ou périodes, les erreurs estimées sont agrégées, ce qui fait de l'estimateur global un estimateur « stratifié ». Par souci de simplicité, nous utilisons les mêmes équations, que la stratification fasse partie du plan d'échantillonnage ou que les données soient stratifiées de façon postérieure. Nous considérons que l'incidence de cette simplification est négligeable.

En ce qui concerne les programmes de CQ de monitoring et de CQ accéléré, le plan d'échantillonnage est optimisé en tenant compte des contraintes opérationnelles.

Taille de l'échantillon, par rapport au ratio d'échantillonnage : De façon générale, la qualité de l'estimation obtenue à partir d'un échantillon aléatoire dépend seulement de la taille de cet échantillon. Par conséquent, dans notre situation, la qualité d'une estimation obtenue à partir d'un échantillon aléatoire de 50 ou 225 sacs sera la même pour un petit ou un grand CR. Contrairement à ce qu'on pourrait croire, le ratio d'échantillonnage n'a un impact sur la qualité que s'il est très élevé, plus de 25 %, par exemple.

Nous avons utilisé le manuel de cours suivant comme référence générale pour le présent travail :

LOHR, Sharon L. *Sampling: Design and Analysis*, 2^e édition, Duxbury Press, décembre 2009. 600 pp. ISBN-10: 0495105279.

La terminologie suit partiellement ISO 5725-2:2019 :

<https://www.iso.org/obp/ui/#iso:std:iso:5725:-2:ed-2:v1:en> (visité le 2023-05-06)

<https://www.iso.org/obp/ui/#iso:std:iso:5725:-2:ed-2:v1:fr> (visité le 2023-05-06)